

## РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ НЕЙТРАЛЬНОГО ГАЗА В ТРУБЧАТОМ ПОЛОЖИТЕЛЬНОМ СТОЛБЕ (аксиальный ток)

А. М. РЕЗИКЯН

Рассматривается радиальное распределение давления нейтрального газа в трубчатом положительном столбе.

Вычислено местонахождение минимума давления нейтрального газа в зависимости от радиусов внутреннего и внешнего цилиндров.

Рассмотрим плазму положительного столба, находящуюся между соосными изолированными цилиндрами с радиусами  $a$  и  $b$ . В плазме имеется ток в направлении оси цилиндра.

Штенбек [1] показал, что задачу с цилиндрической симметрией можно заменить на плоскую, сохраняя при этом основные ее свойства. Этот метод, однако, не пригоден для трубчатой плазмы. Будем считать, что в рассматриваемой трубчатой плазме, кроме условий, изложенных в работе [2], выполняются и следующие:

1) Скорость образования заряженных частиц пропорциональна плотности электронов  $n$  и давлению нейтрального газа  $P_n$ , т. е.

$-\frac{dn}{dt} = \sigma p_n n$ , где  $\sigma$  — постоянная, зависящая лишь от температуры электронного газа.

2) Степень ионизации газа низка, так что можно пренебречь трением между электронами и ионами. Однако при этом учитывается градиент давления нейтрального газа.

Воспользуемся соотношением

$$P_e + P_i + P_n = \text{const}, \quad (1)$$

где  $P_e$ ,  $P_i$ ,  $P_n$  — давления электронного, ионного и нейтрального газов соответственно.

Справедливость соотношения (1) для низкой степени ионизации, что имеет место и у нас, была доказана Штенбеком [1] экспериментально.

Согласно [3] в случае амбиполярной диффузии заряженных частиц радиальные токи электронов и ионов определяются соотношениями следующего вида:

$$\begin{aligned} n v_e &= -\beta_e n E - D_e \frac{dn}{dr}, \\ n v_i &= \beta_i n E - D_i \frac{dn}{dr}, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\beta_e = \frac{e}{m_e \nu_{en}}, \quad \beta_i = \frac{e}{m_i \nu_{ip}}, \quad (3)$$

$$D_e = \frac{kT_e}{m_e \nu_{en}}, \quad D_i = \frac{kT_i}{m_i \nu_{in}}. \quad (3)$$

Здесь  $m_e$ ,  $m_i$  — массы,  $\nu_{en}$ ,  $\nu_{in}$  — числа столкновений в секунду электронов и ионов соответственно с нейтральными частицами. Далее,  $T_i$  — температура ионного газа,  $T_e$  — электронного,  $k$  — постоянная Больцмана,  $e$  — заряд, а  $E$  — напряженность радиального электрического поля.

Имея в виду, что

$$\nu_{en} = \frac{1}{\lambda_{en}} \left( \frac{3kT_e}{m_e} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad \nu_{in} = \frac{1}{\lambda_{in}} \left( \frac{3kT_i}{m_i} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (4)$$

где  $\lambda_{en}$ ,  $\lambda_{in}$  — длины свободных пробегов электронов и ионов, и используя соотношения

$$\lambda_{en} = \Lambda_{en} \frac{T_n}{273 P_n}, \quad \lambda_{in} = \Lambda_{i0} \frac{T_n}{273 P_n}, \quad (5)$$

где  $T_n$  и  $P_n$  — температура и давление нейтрального газа,  $\Lambda_{e0}$ ,  $\Lambda_{i0}$  — длины свободных пробегов при нормальном условии, (4) можно написать в виде

$$\nu_{en} = \nu_{en}^0 P_n, \quad \nu_{in} = \nu_{in}^0 P_n. \quad (6)$$

Здесь

$$\nu_{en}^0 = \frac{273}{\Lambda_{e0}} \left( \frac{3kT_e}{m_e} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{T_n}, \quad \nu_{in}^0 = \frac{273}{\Lambda_{i0}} \left( \frac{3kT_i}{m_i} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{T_n}. \quad (7)$$

На основании (6) соотношения (2) могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} r v_e &= -\beta_{e0} n E - D_{e0} \frac{1}{P} \frac{dn}{dr}, \\ n v_i &= \beta_{i0} n E - D_{i0} \frac{1}{P} \frac{dn}{dr}, \end{aligned} \quad (8)$$

где у  $P$  опущен индекс  $n$ . Здесь коэффициенты

$$\begin{aligned} \beta_{e0} &= \frac{e}{m_e \nu_{en}^0}, \quad \beta_{i0} = \frac{e}{m_i \nu_{in}^0}, \\ D_{e0} &= \frac{kT_e}{m_e \nu_{en}^0}, \quad D_{i0} = \frac{kT_i}{m_i \nu_{in}^0} \end{aligned} \quad (9)$$

не зависят от давления  $P$ .

Используя уравнения непрерывности

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div} (n v_e) &= 0, \\ \frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div} (n v_i) &= 0, \end{aligned} \quad (10)$$

и имея в виду уравнения (8) вместе с условием (1), окончательно получим



$$\frac{d}{dr} \left( \frac{1}{P} \frac{dn}{dr} \right) + \frac{1}{r} \left( \frac{1}{P} \frac{dn}{dr} \right) + \frac{\sigma}{D_a^0} P_n = 0, \quad (11)$$

где

$$D_a^0 = \frac{D_{e0} \beta_{i0} + D_{i0} \beta_{e0}}{\beta_{e0} + \beta_{i0}}, \quad D_a^0 = P D_a,$$

$D_a$  — коэффициент амбиполярной диффузии, а величина  $D_a^0$  зависит лишь от температуры электронного и ионного газов.

Суммарное давление в уравнении (1) не зависит от места. Обозначим ее значение на стенках цилиндров через  $P_c$ , тогда

$$P_e + P_i + P_n = P_c, \quad (12)$$

а из условий нейтральности плазмы следует

$$\frac{P_i}{P_e} = \frac{T_i}{T_e}. \quad (13)$$

Далее, вводя безразмерные величины

$$\alpha = \frac{P_e}{P_c}, \quad \beta = \frac{P_i}{P_c}, \quad \gamma = \frac{P_n}{P_c}, \quad \rho = \frac{r}{b} \quad (14)$$

и обозначая

$$K_1 = b \sqrt{\frac{\sigma}{D_a^0} P_c}, \quad (15)$$

из (11), (12), (13) и (14) получим

$$\alpha + \beta + \gamma = 1, \quad (16)$$

$$\beta = \frac{T_i}{T_e} \alpha, \quad (17)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \left( \frac{\rho}{\gamma} \frac{d\alpha}{d\rho} \right) + K_1^2 \alpha \gamma = 0, \quad (18)$$

откуда для определения  $\gamma$  имеем уравнение

$$\frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \left( \frac{\rho}{\gamma} \frac{d\gamma}{d\rho} \right) - K_1^2 (1 - \gamma) \gamma = 0, \quad (19)$$

граничные условия которого имеют вид

$$\left. \begin{array}{l} \rho = \rho_a \\ \rho = 1 \end{array} \right| \gamma = 1. \quad (20)$$

Уравнение (19) в общем виде с помощью элементарных функций нельзя решить. Однако для случая низкой степени ионизации его можно упростить.

Обозначим

$$y = 1 - \gamma \quad (21)$$

и учтем то обстоятельство, что для низкой степени ионизации  $y$  много меньше единицы, тогда (19) и (21) дают

$$\frac{d^2 y}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dy}{d\rho} + K_1^2 y = 0. \quad (22)$$

Граничные условия (20) теперь будут следующими:

$$\left. \begin{array}{l} \rho = \rho_a \\ \rho = 1 \end{array} \right| y = 0. \quad (23)$$

Решение уравнения (22) имеет вид

$$y = y_0 [J_0(K_1 \rho) + \gamma_1 N_0(K_1 \rho)], \quad (24)$$

поэтому общим решением уравнения (19) согласно (21) и (24) будет

$$\gamma = 1 - y_0 [I_0(K_1 \rho) + \gamma_1 N_0(K_1 \rho)] \quad (25)$$

Для определения  $y_0$  и  $\gamma_1$  воспользуемся уравнением (16), (17), (25) и учтем, что  $\alpha = \frac{nkT_e}{P_c}$ . Тогда получим

$$n = \frac{P_c y_0}{k(T_e + T_i)} [J_0(K_1 \rho) + \gamma_1 N_0(K_1 \rho)] \quad (26)$$

со следующими, согласно (23), граничными условиями:

$$\left. \begin{array}{l} \rho = \rho_a \\ \rho = 1 \end{array} \right| n = 0,$$

из которых следует для определения  $K_1$  уравнение

$$J_0(K_1) N_0(K_1 \rho_a) - J_0(K_1 \rho_a) N_0(K_1) = 0. \quad (27)$$

Значения корней  $K_1$  уравнения (26) в зависимости от  $\rho_a$  даны в работе [2]. Для  $\gamma_1$  имеем выражение

$$\gamma_1 = -\frac{J_0(K_1)}{N_0(K_1)}. \quad (28)$$

Наконец, для определения  $y_0$  воспользуемся выражением для полного тока  $i$  в направлении оси  $z$ :

$$i = 2\pi e \int_a^b n (v_{ez} + v_{iz}) r dr, \quad (29)$$

где

$$v_{ez} = \frac{e}{m_e v_{en}^0} E_{z0}, \quad v_{iz} = \frac{e}{m_i v_{in}^0} E_{z0}, \quad (30)$$

а поле  $E_{z0}$  согласно [3], [4] равно

$$E_{z0} = \frac{E_z}{P} = \left(\frac{64}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{273}{T_n} V_j \frac{\chi_e^{\frac{1}{2}}}{x \Lambda_{e0}}. \quad (31)$$

Здесь  $V_j$  — ионизационный потенциал,  $\chi_e = \chi_e(x)$  — полная доля энергии, теряемой электроном при столкновении с нейтральными частицами, и  $x = \frac{eV_j}{kT_e}$  в случае низкой степени ионизации газа. Значения величин  $V_j$ ,  $\chi_e(x)$  и  $\Lambda_{e0}$  даются в работе [3], [4].



Пользуясь выражением  $P_e = nkT_e$  и соотношениями (25), (26), (28), (29), после интегрирования (29) получим

$$y_0 = \frac{k(T_e + T_i)}{2\pi e^2 b^2 P_c B E_{z0}} \cdot \frac{m_e v_{en}^0 \cdot m_i v_{in}^0}{m_e v_{en}^0 + m_i v_{in}^0} \cdot i,$$

где

$$B = \frac{2}{K\pi_1^2} \frac{N_0(K_1 \rho_a) - N_0(K_1)}{N_0(K_1 \rho_a) \cdot N_0(K_1)}.$$

На рис. 1 приведены кривые, рассчитанные по (25) для  $\frac{1-\gamma}{y_0}$ , в зависимости от  $\rho$  при различных  $\rho_a$ . Как видно из кривых, местонахож-

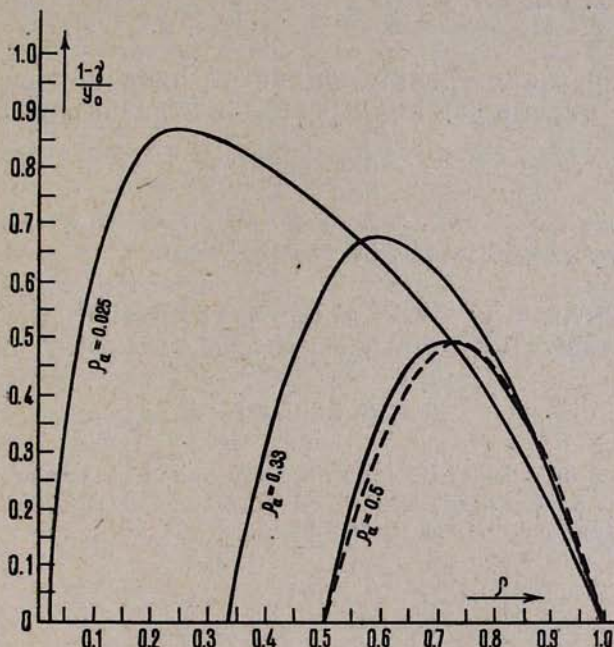


Рис. 1.

дение минимального давления нейтрального газа тем ближе к поверхности внутреннего цилиндра, чем меньше отношение радиусов внутреннего и внешнего цилиндров. Однако при больших  $\rho_a$  геометрия поверхностей приближается к плоскопараллельной, поэтому кривая распределения давления стремится к симметричной форме относительно максимума, т. е. относительно поверхности, находящейся в центре между стенками. Приведенная на рисунке пунктирная кривая соответствует плоскому случаю. Она рассчитана из теории Штенбека [1] для случая малых токов. Как видно, пунктирная кривая мало отличается от кривой при  $\rho_a = 0,5$ . С ростом  $\rho_a$  это совпадение улучшается.

Отсюда следует также, что при измерении концентрации заряженных частиц плазмы методом зонда Ленгмюра изолятор зонда, вместе с зондом введенный в плазму, создает вокруг себя слой, за-

полненный нейтральными частицами. Эти нейтральные частицы от поверхности изолятора будут диффундировать в призондовый слой, а это влечет за собой понижение значений данных измерений.

Институт радиофизики и электроники  
АН АрмССР

Поступила 18.VII.1967

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. M. Steenbeek, Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus den Siemens-Werkees, 18, 45 (1939).
2. А. М. Резикийн, Изв. АН АрмССР, Физика, 1, 91 (1961).
3. B. Lenart, Nuovo Cimento, suppl., 13, 59 (1959).
4. А. Энтель и М. Штенбек, Физика и техника электрического разряда в газах, т. 1, Объединенное научно-техническое издательство, М.—Л. (1936).

ՉԵՁՈՔ ԳԱԶԻ ՃՆՇՄԱՆ ԲԱՇԽՈՒՄԸ ԽՈՂՈՎԱԿԱԶԵՎ  
ԴՐԱԿԱՆ ՍՅԱՆ ՄԵՋ (ԱՌԱՆՑՔԱՅԻՆ ՀՈՍԱՆՔ)

Ա. Մ. ՌԵԶԻԿԻԱՆ

*Ցույց է տրված, որ շեղոր գազի ճնշման միևնույն աչնքան մոտ է ներսի գլանին որքան փոքր է ներսի և դրսի գլանների շառավիղների հարաբերությունը:*

### THE NEUTRAL GAS PRESSURE DISTRIBUTION IN TUBULAR POSITIVE COLUMN (AXIAL CURRENT)

A. M. REZIKIAN

The radial distribution of the neutral gas pressure in the tubular positive column is considered. The position of the neutral gas pressure minimum depending on the radius of the inner and outer cylinder is calculated.